|  |  |
| --- | --- |
| Группа M3304 | К работе допущен |
| Студент Гаджиев Саид | Работа выполнена 1.12.2024 |
| Преподаватель Шоев В.И. | Отчет принят |

**Рабочий протокол и отчет по  
лабораторной работе №5 (IBM.2)**

Управляемые гейты и Квантовые алгоритмы

1. Цель работы.

Самостоятельная разработка квантовых схем. Получение навыков применения управляемых 2-х и 3-х кубитных гейтов и создания квантовых алгоритмов на их основе.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Построить многокубитные квантовые цепи

2. Зарегистрировать результаты моделирования цепочек

3. Сравнить данные моделирований с теоретическими распределениями

3. Объект исследования.

Квантовый компьютер, распределение вероятности однокубитных и многокубитных цепей.

4. Метод экспериментального исследования.

Внедрение вентилей в построение схем, проведение моделирований.

5. Выполнение упражнения №3:

1. Соберите схему для получения запутанного состояния квантовой системы из двух кубитов (|00⟩−|11⟩). Выполните симуляцию работы схемы. Получите математическое обоснование результата.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (quantity) | |
| Shots | |11⟩ | |00⟩ |
| 1024 | 508 | 516 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (out of 1) | |
| Shots | |11⟩ | |00⟩ |
| 1024 | 0.4960 | 0.5039 |

Изображение выглядит как снимок экрана, текст, Мультимедийное программное обеспечение, Графическое программное обеспечение

Автоматически созданное описание

Использован квантовый регистр из двух кубитов и классический регистр из двух битов.

Применен Hadamard-гейт к первому кубиту для создания суперпозиции .

Применен CNOT-гейт, чтобы связать состояния первого и второго кубитов. Это создает запутанное состояние .

Применен Z-гейт ко второму кубиту, чтобы изменить фазу ∣11⟩, получив .

2. Соберите схему для получения запутанного состояния квантовой системы из двух кубитов (|00⟩+|11⟩). Выполните симуляцию работы схемы. Получите математическое обоснование результата

Изображение выглядит как снимок экрана, текст, Мультимедийное программное обеспечение, программное обеспечение

Автоматически созданное описание

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (out of 1) | |
| Shots | |11⟩ | |00⟩ |
| 1024 | 0.4785 | 0.5214 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (quantity) | |
| Shots | |11⟩ | |00⟩ |
| 1024 | 490 | 534 |

H-гейт на первом кубите переводит его в суперпозицию:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, текст, типография

Автоматически созданное описание

CNOT-гейт, где первый кубит — управляющий, а второй — управляемый, переносит состояние в:

Изображение выглядит как Шрифт, типография, белый, текст

Автоматически созданное описание

3. Соберите схему для получения запутанного состояния квантовой системы из двух кубитов (|01⟩ |10⟩). Выполните симуляцию работы схемы. Получите математическое обоснование результата

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Мультимедийное программное обеспечение, программное обеспечение

Автоматически созданное описание

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (quantity) | |
| Shots | |01⟩ | |10⟩ |
| 1024 | 520 | 504 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (out of 1) | |
| Shots | |01⟩ | |10⟩ |
| 1024 | 0.5078 | 0.4922 |

**1. H-гейт (Hadamard) на q[0]**

Переводит первый кубит q[0] из состояния ∣0⟩ в суперпозицию:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, типография, текст

Автоматически созданное описание

После этого состояние всей системы:

Изображение выглядит как Шрифт, типография, текст, линия

Автоматически созданное описание

**2. Z-гейт на q[0]**

Применение Z-гейта к первому кубиту q[0] изменяет фазу ∣1⟩ на −1:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, типография, текст

Автоматически созданное описание

Таким образом, состояние превращается в:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, типография, дизайн

Автоматически созданное описание

**3. CNOT-гейт**

q[0] является управляющим кубитом, а q[1] — управляемым. Применение CNOT переворачивает второй кубит q[1], если q[0] находится в состоянии ∣1⟩:

Изображение выглядит как Шрифт, текст, белый, типография

Автоматически созданное описание

После применения CNOT состояние системы будет:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, символ, текст

Автоматически созданное описание

4. Соберите схему для получения запутанного состояния квантовой системы из двух кубитов (|01⟩ |10⟩). Выполните симуляцию работы схемы. Получите математическое обоснование результата

Изображение выглядит как снимок экрана, текст, программное обеспечение, Мультимедийное программное обеспечение

Автоматически созданное описание

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (quantity) | |
| Shots | |01⟩ | |10⟩ |
| 1024 | 510 | 514 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (out of 1) | |
| Shots | |01⟩ | |10⟩ |
| 1024 | 0.4980 | 0.5019 |

1. Начальное состояние:
2. После Hadamard-гейта на q[0]]:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, текст, типография

Автоматически созданное описание

Система принимает вид:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, текст, типография

Автоматически созданное описание

После раскрытия тензорного произведения:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, текст, типография

Автоматически созданное описание

1. После CNOT-гейта (контрольный q[0], управляемый q[1]):

* ∣01⟩ остаётся неизменным
* ∣11⟩ преобразуется в ∣10⟩

Таким образом, состояние становится:

Изображение выглядит как Шрифт, типография, белый, текст

Автоматически созданное описание

5. Соберите схему для получения запутанного состояния квантовой системы из двух кубитов в соответствии с вариантами задания приведенными в таблице 2. Выполните симуляцию работы схемы. Получите математическое обоснование результата.

***Вариант №7:***

**Состояние кубитов:**

**= 65**

**= 35**

Изображение выглядит как снимок экрана, текст, программное обеспечение, Мультимедийное программное обеспечение

Автоматически созданное описание

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (quantity) | |
| Shots | |00⟩ | |11⟩ |
| 1024 | 674 | 350 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (out of 1) | |
| Shots | |00⟩ | |11⟩ |
| 1024 | 0.6582 | 0.3418 |

1. **RY-гейт** на первом кубите:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, линия, каллиграфия

Автоматически созданное описание

Параметр θ подбирается так, чтобы и Используем:

Изображение выглядит как Шрифт, типография, каллиграфия, белый

Автоматически созданное описание

После применения RY на первом кубите получаем:



1. **CNOT-гейт**:

Если первый кубит в состоянии ∣1⟩, второй кубит также переходит в состояние ∣1⟩.

Результат:

Изображение выглядит как типография, Шрифт, каллиграфия, белый

Автоматически созданное описание

1. **Z-гейт на втором кубите**:

Знак у компоненты ∣11⟩ меняется на минус:

Изображение выглядит как Шрифт, типография, каллиграфия, белый

Автоматически созданное описание

6. Соберите схему для получения запутанного состояния квантовой системы из трех кубитов a|010 + b|111 в соответствии с вариантами заданий, приведенными в таблице 2. Выполните симуляцию работы схемы. Получите математическое обоснование результата.

***Вариант №7:***

**Состояние кубитов:**

**= 65**

**= 35**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Мультимедийное программное обеспечение, диаграмма

Автоматически созданное описание

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (quantity) | |
| Shots | |010⟩ | |111⟩ |
| 1024 | 666 | 358 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Frequency (out of 1) | |
| Shots | |010⟩ | |111⟩ |
| 1024 | 0.6504 | 0.3496 |

Мы начинаем с трех кубитов, все из которых изначально находятся в состоянии ∣0⟩. То есть, изначальное состояние системы:

Изображение выглядит как типография, Шрифт, каллиграфия, белый

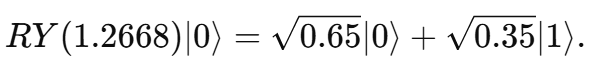
Автоматически созданное описание

На первом кубите (q[0]) применяется RY(θ)-гейт с углом θ = 1.2668. Этот гейт изменяет состояние первого кубита с ∣0⟩ в суперпозицию между состояниями ∣0⟩ и ∣1⟩. Согласно формуле для RY-гейта:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, текст, каллиграфия

Автоматически созданное описание

Подставляем значение θ = 1.2668:

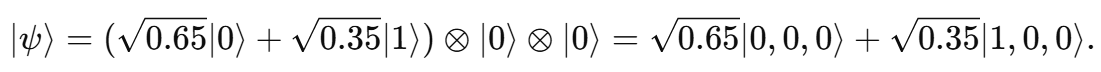


Таким образом, после применения RY-гейта состояние первого кубита q[0] будет равно:

Изображение выглядит как Шрифт, текст, типография, белый

Автоматически созданное описание

После этого наше общее состояние будет:



Затем применяется X-гейт (гейт NOT) на втором кубите q[1]. X-гейт изменяет состояние ∣0⟩ на ∣1⟩, так что:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, дизайн, типография

Автоматически созданное описание

Таким образом, состояние второго кубита q[1] становится ∣1⟩, и система переходит в состояние:

Изображение выглядит как Шрифт, текст, типография, белый

Автоматически созданное описание

После этого применяется CNOT-гейт между кубитами q[0] (контрольный) и q[2] (цель). Этот гейт изменяет состояние целевого кубита q[2] в зависимости от состояния контрольного кубита q[0]:

Если q[0]=∣0⟩, состояние q[2] не изменяется.

Если q[0]=∣1⟩, состояние q[2]] инвертируется.

После применения CNOT, если первый кубит q[0] равен ∣1⟩, состояние третьего кубита q[2] изменяется на ∣1⟩. Таким образом, получаем:

Изображение выглядит как Шрифт, типография, текст, каллиграфия

Автоматически созданное описание

7. Соберите схему для получения запутанного состояния квантовой системы из двух кубитов 𝛼|00+ 𝛽|01 + 𝛾|11, в соответствии с вариантами заданий, 49 приведенными в таблице 3. Выполните симуляцию работы схемы. Получите математическое обоснование результата.

***Вариант №7:***

**= 50 \**

**= 35 } sum = 100**

**= 15 /**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Мультимедийное программное обеспечение, Графическое программное обеспечение

Автоматически созданное описание

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Frequency (quantity) | | |
| Shots | |01⟩ | |11⟩ | |00⟩ |
| 1024 | 333 | 216 | 475 |
|  | Frequency (out of 1) | | |
| Shots | |01⟩ | |11⟩ | |00⟩ |
| 1024 | 0.3252 | 0.2109 | 0.4639 |

Амплитуды α, β, γ связаны с вероятностями через:



Соответствующие **амплитуды** (корни из вероятностей):



Численные значения:



В начальный момент кубиты находятся в состоянии ∣00⟩:

Изображение выглядит как Шрифт, типография, белый, дизайн

Автоматически созданное описание

Сначала **RY-гейт** применяется к первому кубиту q[0], который поворачивает его на угол

​ и приводит к состоянию:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, типография

Автоматически созданное описание

Параметр ​ подбирается так, чтобы амплитуда ∣00⟩ равнялась α:

Изображение выглядит как Шрифт, текст, белый, линия

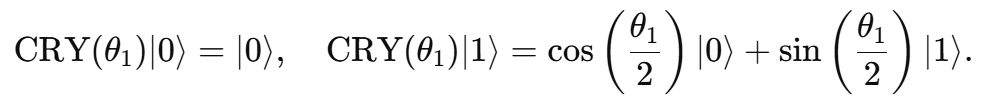
Автоматически созданное описание

Подставляя α=​:

Изображение выглядит как Шрифт, белый, текст, каллиграфия

Автоматически созданное описание

Затем на кубит q[1] применяется **управляемый RY-гейт** с параметром ​, который действует, если первый кубит находится в состоянии ∣1⟩. Этот гейт поворачивает второй кубит, распределяя амплитуды между ∣01⟩ и ∣11⟩. Гейт задается как:



Угол ​ выбирается так, чтобы амплитуда ∣01⟩ была равна β, а амплитуда ∣11⟩ была равна γ. Условие:

Изображение выглядит как Шрифт, линия, диаграмма, белый

Автоматически созданное описание

Находим :

Изображение выглядит как Шрифт, текст, белый, каллиграфия

Автоматически созданное описание

Тогда:

Изображение выглядит как текст, Шрифт, белый, линия

Автоматически созданное описание

Из этих значений находим угол :

*Изображение выглядит как текст, Шрифт, белый, линия

Автоматически созданное описание*

После применения RY и CRY гейтов схема приводит к состоянию:

Изображение выглядит как Шрифт, типография, каллиграфия, белый

Автоматически созданное описание

С подставленными значениями амплитуд:



После измерения кубитов в базисе {∣00⟩, ∣01⟩, ∣10⟩, ∣11⟩}, распределение вероятностей будет приближаться к:

Изображение выглядит как Шрифт, текст, белый, типография

Автоматически созданное описание

6. Выполнение упражнения №4:

***Вариант №7***

Реализуйте функцию f(x1, x2) = NOT( x1 AND x2). Выполните симуляцию. Получите математическое обоснование результата.

Постановка задачи:

Функция NAND (NOT AND) принимает два булевых входа ​ и ​ и возвращает 0 только тогда, когда оба входа равны 1. В остальных случаях результат равен 1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | AND | NOT(AND |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Изображение выглядит как снимок экрана, диаграмма, текст, дизайн

Автоматически созданное описание

Ввод:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Мультимедийное программное обеспечение, программное обеспечение

Автоматически созданное описание

Ввод:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, программное обеспечение, Мультимедийное программное обеспечение

Автоматически созданное описание

Ввод:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Мультимедийное программное обеспечение, программное обеспечение

Автоматически созданное описание

Ввод:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Мультимедийное программное обеспечение, программное обеспечение

Автоматически созданное описание

Toffoli-гейт (или **CCX-гейт**) — это трехкубитный вентиль, который выполняет операцию **X** на третьем кубите **только в случае, если оба входных кубита равны 1**. Формально его поведение можно описать следующим образом:



Где:

Изображение выглядит как текст, чек, Шрифт, белый

Автоматически созданное описание

Т. е. Toffoli-гейт инвертирует третий кубит, если оба входных кубита равны 1.

Для реализации функции f(, )= **¬** ( ∧ ), можно использовать Toffoli-гейт следующим образом:

1. Инициализируем входные кубиты ​ и ​, а также третий кубит ​, который будет хранить результат.
2. Применим Toffoli-гейт, который выполнит операцию ∧​ и инвертирует ​ только в случае, если оба входных кубита равны 1.
3. Затем применим дополнительный **X**-гейт (NOT-гейт) к ​, чтобы инвертировать результат, т. е. преобразовать ​ в **¬** ( ∧).

**Формально:**

* Входные кубиты: ∣x1, x2​⟩
* Третий кубит, инициализированный в состоянии ∣0⟩, для хранения результата.

После применения Toffoli-гейта результат будет:

Изображение выглядит как Шрифт, текст, типография, рукописный текст

Автоматически созданное описание

Затем мы применяем X-гейт к ​, чтобы инвертировать результат:



Таким образом, на выходе третий кубит будет содержать значение **¬** ( ∧), что является правильным результатом для данной функции.

*Обобщая всё выше сказанное:*

1. **Изображение выглядит как символ, силуэт

   Автоматически созданное описание Toffoli-гейт** выполняет операцию ∧ для двух входных кубитов, изменяя третий кубит в случае, если оба входных кубита равны 1.
2. **Изображение выглядит как символ, логотип, круг

   Автоматически созданное описание X-гейт** применяется для инвертирования результата операции ∧, что дает точную реализацию функции **¬** ( ∧ ).

**Вывод**:

В этой работе рассмотрел как с помощью Toffoli-гейта и X-гейта можно реализовать логическую функцию f(, )= **¬** ( ∧ ) на квантовом компьютере. Я доказал, что схема корректно работает для всех возможных значений входных кубитов и соответствует логическому действию NAND.